



INSTITUTO PUIPILOS DO EXÉRCITO

Apoio ao Exame de Matemática A - Programa

10.º ANO

Lógica e Teoria de Conjuntos	Duração: 20 horas
<p><i>Proposições</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Valor lógico de uma proposição; Princípio de não contradição;– Operações sobre proposições: negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência;– Prioridades das operações lógicas;– Relações lógicas entre as diferentes operações; propriedade da dupla negação; Princípio do terceiro excluído; Princípio da dupla implicação;– Propriedades comutativa e associativa, da disjunção e da conjunção e propriedades distributivas da conjunção em relação à disjunção e da disjunção em relação à conjunção;– Leis de De Morgan;– Implicação contrarrecíproca;– Resolução de problemas envolvendo Operações lógicas sobre proposições. <p><i>Condições e Conjuntos</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Expressão proposicional ou condição; quantificador universal, quantificador existencial e segundas Leis de De Morgan; contraexemplos;– Conjunto definido por uma condição; Igualdade entre conjuntos; conjuntos definidos em extensão;– União (ou reunião), interseção e diferença de conjuntos e conjunto complementar;– Inclusão de conjuntos;– Relação entre operações lógicas sobre condições e operações sobre os conjuntos que definem;– Princípio de dupla inclusão e demonstração de equivalências por dupla implicação;– Negação de uma implicação universal; demonstração por contrarrecíproco;– Resolução de problemas envolvendo operações sobre condições e sobre conjuntos.	
<p>NOTA: este capítulo não tem correspondência com nenhum módulo do curso profissional, pelo que o seu delineamento curricular coincide com o programa oficial da disciplina de Matemática A.</p>	

Radicais

- Monotonia da potenciação; raízes de índice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$;
- Propriedades algébricas dos radicais: produto e quociente de raízes com o mesmo índice, potências de raízes e composição de raízes;
- Racionalização de denominadores;
- Resolução de problemas envolvendo Operações com radicais.

Potências de expoente racional

- Definição e propriedades algébricas das potências de base positiva e expoente racional: produto e quociente de potências com a mesma base, produto e quociente de potências com o mesmo expoente e potência de potência;
- Resolução de problemas envolvendo operações com potências.

Polinômios

- Divisão euclidiana de polinômios e regra de Ruffini (*);
- Divisibilidade de polinômios; Teorema do resto (*);
- Multiplicidade da raiz de um polinômio e respectivas propriedades;
- Resolução de problemas envolvendo a divisão euclidiana de polinômios, o Teorema do resto e a fatorização de polinômios (*);
- Resolução de problemas envolvendo a determinação do sinal e dos zeros de polinômios. (*)

NOTA: Este capítulo tem uma correspondência parcial com o módulo A5 – Funções Racionais, do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*).

Geometria analítica no plano

- Referenciais ortonormados (*);
- Fórmula da medida da distância entre dois pontos no plano em função das respectivas coordenadas;
- Coordenadas do ponto médio de um dado segmento de reta;
- Equação cartesiana da mediatriz de um segmento de reta;
- Equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos;
- Equação cartesiana reduzida da circunferência;
- Definição de elipse e respetiva equação cartesiana reduzida; relação entre eixo maior, eixo menor e distância focal;
- Inequações cartesianas de semiplanos;
- Inequações cartesianas de círculos;
- Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do plano;
- Resolução de problemas envolvendo Equações e inequações cartesianas de subconjuntos do plano.

Cálculo vetorial no plano

- Norma de um vetor;
- Multiplicação por um escalar de um vetor; relação com a colinearidade e o vetor simétrico;
- Diferença entre vetores;
- Propriedades algébricas das operações com vetores;
- Coordenadas de um vetor;
- Vetor-posição de um ponto e respetivas coordenadas;
- Coordenadas da soma e da diferença de vetores; coordenadas do produto de um vetor por um escalar e do simétrico de um vetor; relação entre as coordenadas de vetores colineares;
- Vetor diferença de dois pontos; cálculo das respetivas coordenadas; coordenadas do ponto soma de um ponto com um vetor;
- Cálculo da norma de um vetor em função das respetivas coordenadas;
- Vetor diretor de uma reta; relação entre as respetivas coordenadas e o declive da reta;
- Paralelismo de retas e igualdade do declive;
- Equação vetorial de um reta;
- Sistema de equações paramétricas de uma reta;
- Resolução de problemas envolvendo a determinação de coordenadas de vetores no plano, a colinearidade de vetores e o paralelismo de retas do plano.

Geometria analítica no espaço

- Referenciais cartesianos ortonormados do espaço(*);
- Equações de planos paralelos aos planos coordenados(*);
- Equações cartesianas de retas paralelas a um dos eixos(*);
- Distância entre dois pontos no espaço;
- Equação do plano mediador de um segmento de reta;
- Equação cartesiana reduzida da superfície esférica;
- Inequação cartesiana reduzida da esfera;
- Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do espaço;
- Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do espaço.

Cálculo vetorial no espaço

- Generalização ao espaço dos conceitos e propriedades básicas do cálculo vetorial;
- Equação vetorial da reta no espaço;
- Resolução de problemas envolvendo cálculo vetorial no espaço.

NOTA: Este capítulo tem uma correspondência parcial com o módulo A1 – Geometria, do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*).

Generalidades acerca de funções

- Produtos cartesianos de conjuntos;
- Gráficos de funções(*);
- Restrições de uma função;
- Imagem de um conjunto por uma função;
- Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas;
- Composição de funções;
- Função inversa de uma função bijetiva.

Generalidades acerca de funções reais de variável real

- Funções reais de variável real; funções definidas por expressões analíticas(*);
- Propriedades geométricas dos gráficos de funções(*);
- Paridade; simetrias dos gráficos das funções pares e das funções ímpares;
- Relação geométrica entre o gráfico de uma função e o da respetiva inversa;
- Relação entre o gráfico de uma função f e os gráficos das funções $af(x)$, $f(bx)$, $f(x + c)$ e $f(x) + d$, a, b, c, d números reais, a e b não nulos.

Monotonia, extremos e concavidade

- Intervalos de monotonia de uma função real de variável real; caso das funções afins e caso das funções quadráticas(*);
- Vizinhança de um ponto da reta numérica; extremos relativos e absolutos;
- Sentido da concavidade do gráfico de uma função real de variável real.

Estudo elementar das funções quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica e módulo e de funções definidas por ramos

- Extremos, sentido das concavidades, raízes e representação gráfica de funções quadráticas(*);
- Funções definidas por ramos;
- Estudo da função $x \rightarrow a|x - b| + c, a \neq 0$;
- As funções $x \rightarrow \sqrt{x}$ e $x \rightarrow \sqrt[3]{x}$ enquanto funções inversas;
- Domínio e representação gráfica das funções definidas analiticamente por $f(x) = a\sqrt{x - b} + c, a \neq 0$ e $f(x) = a\sqrt[3]{x - b} + c, a \neq 0$;
- Estudo de funções definidas por ramos envolvendo funções polinomiais, módulos e radicais.

Resolução de problemas

- Equações e inequações envolvendo as funções polinomiais (*), raiz quadrada e raiz cúbica, e a composição da função módulo com funções afins e com funções quadráticas;
- Resolução de problemas envolvendo as propriedades geométricas dos gráficos de funções reais de variável real;
- Resolução de problemas envolvendo as funções afins, quadráticas (*), raiz quadrada, raiz cúbica, módulo, funções definidas por ramos e a modelação de fenómenos reais.

NOTA: este capítulo tem uma correspondência pontual com o módulo A2 – Funções Polinomiais, do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*).

Estatística	Duração: 06 horas
<p><i>Características amostrais</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Sinal de somatório; tradução no formalismo dos somatórios das propriedades associativa e comutativa generalizadas da adição e distributiva generalizada da multiplicação em relação à adição; – Variável estatística quantitativa como função numérica definida numa população e amostra de uma variável estatística; – Média de uma amostra; propriedades da média de uma amostra; – Variância e desvio-padrão de uma amostra; propriedades da variância e do desvio-padrão de uma amostra; – Percentil de ordem k ; propriedades do percentil de ordem k; – Resolução de problemas envolvendo a média e o desvio-padrão de uma amostra; – Resolução de problemas envolvendo os percentis de uma amostra. <p><i>Reta de mínimos quadrados, amostras bivariadas e coeficiente de correlação</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Reta de mínimos quadrados de uma sequência de pontos do plano; – Amostras bivariadas; variável resposta e variável explicativa; – Nuvem de pontos de uma amostra de dados bivariados quantitativos; – Reta dos mínimos quadrados de uma amostra de dados bivariados quantitativos; – Coeficiente de correlação; – Resolução de problemas envolvendo a determinação de retas de mínimos quadrados; – Resolução de problemas envolvendo amostras de dados bivariados quantitativos e o cálculo e interpretação dos coeficientes da reta de mínimos quadrados e do coeficiente de correlação. 	
<p>NOTA: Este capítulo não tem correspondência com nenhum módulo do curso profissional, pelo que o seu delineamento curricular coincide com o programa oficial da disciplina de Matemática A.</p>	

Geometria Analítica II	Duração: 25 horas
<p><i>Declive e inclinação de uma reta do plano</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Inclinação de uma reta do plano e relação com o respetivo declive. <p><i>Produto escalar de vetores</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Produto escalar de um par de vetores; – Ângulo formado por um par de vetores não nulos; relação com o produto escalar; – Perpendicularidade entre vetores e relação com o produto escalar; – Simetria e bilinearidade do produto escalar; – Cálculo do produto escalar de um par de vetores a partir das respetivas coordenadas; – Relação entre o declive de retas do plano perpendiculares; – Resolução de problemas envolvendo a noção de produto escalar. <p><i>Equações de planos no espaço</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Vetores normais a um plano; – Relação entre a posição relativa de dois planos e os respetivos vetores normais; – Paralelismo entre vetores e planos; – Equações cartesianas, vectoriais e sistemas de equações paramétricas de planos; – Resolução de problemas envolvendo a noção de produto escalar de vetores; – Resolução de problemas relativos à determinação de equações de retas do plano em situações envolvendo a noção de perpendicularidade; – Resolução de problemas envolvendo a determinação de equações de planos, em situações envolvendo a perpendicularidade; – Resolução de problemas envolvendo equações de planos e de retas no espaço. 	
<p>NOTA: Este capítulo não tem correspondência com nenhum módulo do curso profissional, pelo que o seu delineamento curricular coincide com o programa oficial da disciplina de Matemática A.</p>	

Extensão da Trigonometria a ângulos retos e obtusos e resolução de triângulos

- Extensão da definição das razões trigonométricas aos casos de ângulos retos e obtusos; Lei dos senos e Lei dos cossenos;
- Resolução de triângulos (*).

Ângulos orientados, ângulos generalizados e rotações ()*

- Ângulos orientados; amplitudes de ângulos orientados e respectivas medidas (*);
- Rotações (*);
- Ângulos generalizados; medidas de amplitude de ângulos generalizados (*);
- Ângulos generalizados e rotações (*).

Razões trigonométricas de ângulos generalizados ()*

- Circunferência trigonométrica (círculo trigonométrico) (*);
- Generalização das definições das razões trigonométricas aos ângulos orientados e generalizados e às respectivas medidas de amplitude (*);
- Medidas de amplitude em radianos (*).

Funções trigonométricas ()*

- As funções reais de variável real seno, cosseno e tangente: domínios, contradomínios, periodicidade, paridade, zeros e extremos locais (*);
- Fórmulas trigonométricas de “redução ao 1.º quadrante”: seno e cosseno de $x \pm \frac{\pi}{2}$ e de $x \pm \pi$, $x \in \mathbb{R}$;
- Generalização da fórmula fundamental da trigonometria (*);
- Equações do tipo $\sin x = k$, $\cos x = k$ e $\tan x = k$ (*);
- Inequações trigonométricas com domínio num intervalo limitado;
- Funções trigonométricas inversas;
- Resolução de problemas envolvendo razões trigonométricas (*).

NOTA: Este capítulo tem uma correspondência muito significativa com o módulo A4 – Funções Periódicas, do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*);

Conjunto dos majorantes e conjunto dos minorantes de uma parte não vazia de \mathbb{R}

- Conjuntos minorados, majorados e limitados;
- Máximo e mínimo de um conjunto.

Generalidades acerca de sucessões ()*

- Sucessões numéricas; sucessões monótonas, majoradas, minoradas e limitadas (*);
- Resolução de problemas envolvendo o estudo da monotonia e a determinação de majorantes e minorantes de sucessões (*).

Princípio de indução matemática

- Princípio de indução matemática;
- Definição de uma sucessão por recorrência;
- Demonstração de propriedades utilizando o princípio de indução matemática.

Progressões aritméticas e geométricas ()*

- Progressões aritméticas e geométricas; termos gerais e somas de N termos consecutivos (*);
- Resolução de problemas envolvendo progressões aritméticas e geométricas (*).

Limites de sucessões

- Limite de uma sucessão (casos de convergência e de limites infinitos);
- Unicidade do limite; caso de sucessões que diferem num número finito de termos;
- Convergência e limitação;
- Operações com limites e situações indeterminadas;
- Levantamento algébrico de indeterminações;
- Limites de polinómios e de frações racionais;
- Limites $\lim_n a^n$, $\lim_n \sqrt[n]{a}$ ($a > 0$) e $\lim_n n^p$ ($p \in \mathbb{Q}$);
- Resolução de problemas envolvendo limites de sucessões.

NOTA: Este capítulo tem uma correspondência significativa com o módulo A8 – Modelos Discretos, do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*);

Limites segundo Heine de funções reais de variável real

- Pontos aderentes a um conjunto de números reais;
- Limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio;
- Limites laterais;
- Limites no infinito;
- Operações com limites e casos indeterminados; produto de uma função limitada por uma função de limite nulo;
- Limite de uma função composta;
- Levantamento algébrico de indeterminações;
- Resolução de problemas envolvendo o estudo dos zeros e do sinal de funções racionais dadas por expressões da forma $\frac{P(x)}{Q(x)}$, onde P e Q são polinómios;
- Resolução de problemas envolvendo a noção de limite de uma função.

Continuidade de funções

- Função contínua num ponto e num subconjunto do respetivo domínio;
- Continuidade da soma, diferença, produto, quociente e composição de funções contínuas;
- Continuidade das funções polinomiais, racionais, trigonométricas, raízes e potências de expoente racional.;

Assíntotas

- Assíntotas ao gráfico de uma função
- Assíntotas verticais e assíntotas oblíquas ao gráfico de uma função;
- Resolução de problemas envolvendo a determinação das assíntotas e da representação gráfica de funções racionais definidas analiticamente por $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$, $a, b, c \in \mathbb{R}$; (*)
- Resolução de problemas envolvendo a determinação de assíntotas ao gráfico de funções racionais e de funções definidas pelo radical de uma função racional.

Derivadas de funções reais de variável real e aplicações

- Taxa média de variação de uma função; interpretação geométrica; (*)
- Derivada de uma função num ponto; interpretação geométrica; (*)
- Aplicação da noção de derivada à cinemática do ponto: funções posição, velocidade média e velocidade instantânea de um ponto material que se desloca numa reta; unidades de medida de velocidade;
- Derivada da soma e da diferença de funções diferenciáveis; (*)
- Derivada do produto e do quociente de funções diferenciáveis;
- Derivada da função composta;
- Derivada da função definida por $f(x) = x^p$, p inteiro; (*)
- Sinal da derivada de funções monótonas; nulidade da derivada num extremo local de uma função; (*)
- Teorema de Lagrange; interpretação geométrica;
- Monotonia das funções com derivada de sinal determinado num intervalo; (*)
- Cálculo e memorização da Derivada das funções dadas pelas expressões $x, x^2, x^3, \frac{1}{x}$ e \sqrt{x} ; (*)
- Cálculo da derivada de funções dadas por $f(x) = \sqrt[n]{x}$, x não nulo se $n > 1$ ímpar, $x > 0$ se n par;
- Cálculo e memorização das derivadas de funções dadas por $f(x) = x^\alpha$ (α racional, $x > 0$); (*)
- Cálculo de derivadas de funções utilizando as regras de derivação e as derivadas de funções de referência;
- Equações de retas tangentes ao gráfico de uma dada função; (*)
- Resolução de problemas envolvendo a determinação de equações de retas tangentes ao gráfico de funções reais de variável real; (*)
- Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas e mudanças de unidades de velocidade;
- Resolução de problemas envolvendo a aplicação do cálculo diferencial ao estudo de funções reais de variável real, a determinação dos respetivos intervalos de monotonia, extremos relativos e absolutos.

NOTA: Este capítulo tem uma correspondência pontual com o módulos A6 – Taxa de variação – do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*).

12.º ANO

Funções reais de variável real III	Duração: 28 horas
<p><i>Limites e Continuidade</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Teoremas de comparação para sucessões e teorema das sucessões enquadradas;– Teoremas de comparação envolvendo desigualdades entre funções e os respetivos limites;– Teorema das funções enquadradas;– Utilização dos teoremas de comparação e do teorema das funções enquadradas para determinar limites de funções reais de variável real;– Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy);– Teorema de Weierstrass;– Resolução de problemas envolvendo os teoremas de comparação para o cálculo de limites de sucessões e de funções e a continuidade de funções. <p><i>Derivada de segunda ordem, extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexão</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Derivada de segunda ordem de uma função;– Sinal da derivada de segunda ordem num ponto crítico e identificação de extremos locais;– Pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis;– Interpretação cinemática da derivada de segunda ordem de uma função posição: aceleração média e aceleração; unidades de medida de aceleração;– Estudo e traçados de gráficos de funções diferenciáveis;– Resolução de problemas envolvendo propriedades de funções diferenciáveis. <p><i>Aplicação do cálculo diferencial à resolução de problemas (*)</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Resolução de problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis (*);– Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas (*), acelerações médias e acelerações instantâneas e mudanças de unidades de aceleração;– Resolução de problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma $f(x) = g(x)$ utilizando uma calculadora gráfica (*).	
<p>NOTA: Este capítulo tem uma correspondência pontual com os módulos A6 – Taxa de variação e A10 – Otimização, do curso profissional, que contemplam os conteúdos assinalados com (*).</p>	

Probabilidades	Duração: 06 horas
<p><i>Propriedades das operações sobre conjuntos</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e elemento absorvente e da idempotência da união e da interseção e propriedades distributivas da união em relação à interseção e da interseção em relação à união;– Distributividade do produto cartesiano relativamente à união. <p><i>Triângulo de Pascal e Binómio de Newton</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Fórmula do binómio de Newton;– Triângulo de Pascal: definição e construção;– Resolução de problemas envolvendo o Triângulo de Pascal e o binómio de Newton.	
<p>NOTA: Este capítulo não tem correspondência com nenhum módulo do curso profissional, pelo que o seu delineamento curricular coincide com o programa oficial da disciplina de Matemática A.</p>	

Cálculo combinatório	Duração: 16 horas
<p><i>Introdução ao cálculo combinatório</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Conjuntos equipotentes e cardinais; cardinal da união de conjuntos disjuntos; – Cardinal do produto cartesiano de conjuntos finitos; – Arranjos com repetição; – Número de subconjuntos de um conjunto de cardinal finito; – Permutações; fatorial de um número inteiro não negativo; – Arranjos sem repetição; – Número de subconjuntos de elementos de um conjunto de cardinal; combinações; – Resolução de problemas envolvendo cardinais de conjuntos, contagens, arranjos e combinações 	
<p>NOTA: este capítulo não tem correspondência com nenhum módulo do curso profissional, pelo que o seu delineamento curricular coincide com o programa oficial da disciplina de Matemática A.</p>	

Funções Exponenciais e Logarítmicas	Duração: 10 horas
<p><i>Juros compostos e Número de Neper</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Cálculo de juros compostos; – Resolução de problemas envolvendo juros compostos. – Sucessão de termo geral $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ e relação com juros compostos; capitalização contínua de juros e definição do número de Neper (*). <p><i>Funções exponenciais</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Propriedades da função definida nos números racionais pela expressão $f(x) = a^x, (a > 0)$: monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas; – Extensão ao caso real: definição das funções exponenciais de base a e respetivas propriedades; – Função exponencial e^x e relação com o limite da sucessão de termo geral $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n, x \in \mathbb{R}$ (*); – Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ e derivada da função exponencial. <p><i>Funções logarítmicas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Função logarítmica de base $a \neq 1$ enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base a; logaritmo decimal e logaritmo neperiano (*); – Monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos (*); – Derivadas das funções logarítmicas e da função $a^x, a > 0$; – Derivada da função $x^a, a \in \mathbb{R}, x > 0$ <p><i>Limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ – Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis. <p><i>Modelos exponenciais</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A equação $f' = kf, k \in \mathbb{R}$, enquanto modelo para o comportamento da medida de grandezas cuja taxa de variação é aproximadamente proporcional à quantidade de grandeza presente num dado instante (evolução de uma população, da temperatura de um sistema ou do decaimento de uma substância radioativa); – Soluções da equação $f' = kf, k \in \mathbb{R}$; – Resolução de problemas de aplicação, envolvendo a equação $f' = kf, k \in \mathbb{R}$. 	
<p>NOTA: este capítulo tem uma correspondência pontual com os módulos A8 – Modelos discretos e A9 – Funções de Crescimento, do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*).</p>	

Trigonometria II	Duração: 18 horas
<p><i>Diferenciação de funções trigonométricas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação; – Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$; – Diferenciabilidade das funções seno, cosseno e tangente (*); – Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções trigonométricas (*); <p><i>Aplicações aos osciladores harmônicos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Osciladores harmônicos: amplitude, pulsação, período, frequência e fase; – Estudo das funções definidas analiticamente por $a \sin(bx + c) + d$, $a \cos(bx + c) + d$, $a \tan(bx + c) + d$, $a \neq 0$; – Os osciladores harmônicos como Soluções de equações diferenciais da forma $f'' = -\omega^2 f$; relação com a segunda lei de Newton e com a lei de Hooke; – Resolução de problemas envolvendo Osciladores harmônicos. 	
<p>NOTA: Este capítulo tem uma correspondência pontual com o módulo A6 – Taxa de Variação, do curso profissional, que contempla os conteúdos assinalados com (*).</p>	

Primitivas e Integrais	Duração: 15 horas
<p><i>Primitivas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Primitiva de uma função num intervalo; família das primitivas de uma dada função num intervalo; – Primitivas de funções de referência: $1, x^\alpha (\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0, -1\}), \frac{1}{x}, e^x, \sin x, \cos x$; – Linearidade da primitivação; – Primitivas de funções da forma $u'(x)f(u(x))$. <p><i>Cálculo Integral</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Definição intuitiva da noção de integral de funções contínuas não negativas ou não positivas num intervalo limitado e fechado; extensão a funções contínuas que alternam de sinal um número finito de vezes; – Origem histórica do símbolo de integral; – Teorema fundamental do cálculo integral e Fórmula de Barrow; – Linearidade e Monotonia do integral definido; aditividade do integral em relação ao domínio. <p><i>Resolução de problemas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Resolução de problemas envolvendo o cálculo de medidas de área de regiões do plano; – Resolução de problemas envolvendo a primitivação e a integração de funções contínuas; – Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidade e aceleração e a primitivação e integração de funções. 	
<p>NOTA: Este capítulo não tem correspondência com nenhum módulo do curso profissional, pelo que o seu delineamento curricular coincide com o programa oficial da disciplina de Matemática A.</p>	

Introdução aos números complexos

- A fórmula de Cardano e a origem histórica dos números complexos;
- Motivação da definição dos números complexos e das operações de soma e produto de números complexos;
- Propriedades das operações $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$ e $(a, b) \times (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$ definidas em \mathbb{R}^2 : associatividade, comutatividade, distributividade de \times relativamente à $+$ e respetivos elementos neutros; definição do corpo dos números complexos \mathbb{C} , enquanto \mathbb{R}^2 munido destas operações;
- \mathbb{R} enquanto subconjunto de \mathbb{C} ; a unidade imaginária $i = (0,1)$;
- Representação dos números complexos na forma $z = a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$. Parte real e parte imaginária dos números complexos; o plano complexo e os eixos real e imaginário; ponto afixo de um número complexo.

Complexo conjugado e módulo dos números complexos

- Conjugado de um número complexo; propriedades algébricas e geométricas; expressão da parte real e da parte imaginária de um número complexo z em função de $-z$ e \bar{z} ;
- Módulo de um Número complexo; propriedades algébricas e geométricas.

Quociente de números complexos

- Inverso de um Número complexo não nulo e quociente de números complexos.

Exponencial complexa e forma trigonométrica dos números complexos

- Complexos de módulo 1; a exponencial complexa $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$, $\theta \in \mathbb{R}$ e respetivas propriedades algébricas e geométricas; argumento de um número complexo e representação trigonométrica dos números complexos;
- Fórmulas de De Moivre;
- Soluções das equações da forma $z^n = w$, $n \in \mathbb{N}$, $w \in \mathbb{C}$; raízes em \mathbb{C} de polinómios do segundo grau de coeficientes reais.

Resolução de problemas

- Resolução de problemas envolvendo propriedades algébricas e geométricas dos números complexos, a respetiva forma trigonométrica, raízes n -ésimas de números complexos e as fórmulas de De Moivre.

NOTA: Este capítulo não tem correspondência com nenhum módulo do curso profissional, pelo que o seu delineamento curricular coincide com o programa oficial da disciplina de Matemática A.